ETUDE DE FONCTIONS

Partie 1 : Domaine de définition – Domaine d'étude

I. Le domaine de définition

C'est l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles la fonction f(x) est définie.
Les trois fonctions de référence posant problème sont :

$x \mapsto \frac{1}{x}$ non définie en 0 $\Rightarrow Df =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

$x \mapsto \sqrt{x}$ non définie pour x $\prec$ 0 $\Rightarrow Df = [0;+\infty[$

$x \mapsto \ln x$ non définie pour x $\leq$ 0 $\Rightarrow Df =]0;+\infty[$

Il faut donc décomposer la fonction en fonctions de référence pour trouver son ensemble de définition.
Ce travail est à faire avant toute autre chose.

II. Domaine d'étude : Parité, périodicité

1) Pour étudier la parité d'une fonction on calcule f(-x) :
   - si f(-x) = f(x), f est **paire** donc sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, donc on ne fait l'étude que sur les nombres positifs de l'ensemble de définition ; le reste se déduit par symétrie.
   - si f(-x) = -f(x), f est **impaire** donc sa courbe est symétrique par rapport à l'origine, donc on ne fait l'étude que sur les nombres positifs de l'ensemble de définition ; le reste se déduit par symétrie.
2) Une fonction **périodique** de période T est une fonction telle que :

Son domaine de définition est symétrique par rapport à 0, et
pour tout $x \in Df, x+T \in Df$ et f(x+T) = f(x) (par exemple sinus avec T=2π , cosinus avec T=2π , tangente avec T=π …). On ne fait alors l'étude que sur une période, $[0;T]$

3) Si une fonction est paire ou impaire et périodique de période T, on ne l'étudie que sur $\left[0;\frac{T}{2}\right]$, le reste de la courbe se déduit par symétrie par rapport à (Oy) si elle est paire (ou par symétrie par rapport à O si elle est impaire) puis par translation de vecteur T$\vec{i}$ du tronçon de courbe ainsi obtenu sur $\left[-\frac{T}{2};\frac{T}{2}\right]$

III. Symétrie par rapport à un axe ou à un point

1) La courbe d'une fonction f est symétrique par rapport à un axe vertical : x = a ssi son domaine de définition est symétrique par rapport à a, et f (a + h) = f (a - h) avec h réel quelconque tel que a + h et a - h sont dans le domaine de définition de f.
2) La courbe d'une fonction f est symétrique par rapport à un point I : (a,b) ssi son domaine de définition est symétrique par rapport à a, et ½ (f(a + h) + f(a - h)) = b avec h réel quelconque tel que a + h et a - h sont dans le domaine de définition de f.

IV. Conclusion

On a ainsi défini un intervalle d'étude qui est au maximum l'ensemble de définition, ou moins si une symétrie ou une périodicité a été établie.