Série L : Spécialité Math

France métropolitaine 22 juin 2011 : Corrigé

Exercice 1

1) $p(A)=\frac{1}{2}$ $\quad p(B)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ $\quad p(C)=\frac{1}{6}$
2) Voir Annexe 1
3) D'après la loi des probabilités totales, $p(V)=p(A\cap V)+p(B\cap V)+p(C\cap V)$

   Donc $p(V)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{52}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{32}+\frac{1}{6}\times 1=\frac{233}{1248}$

4) $p_V(C)=\dfrac{p(C\cap V)}{p(V)}=\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{233}{1248}}=\dfrac{208}{233}$

Exercice 2

1)
   a) Voir annexe 2
   b) (DE) passe par D (0 ;4) et E (2 ;$\frac{5}{2}$) et son équation est du type : y = ax + b

      Donc $0\times a+b=4$ et $2\times a+b=\frac{5}{2}$

      Donc b = 4 et $2a+4=\frac{5}{2}$ donc $2a=\frac{5}{2}-4=-\frac{3}{2}$ donc $a=-\frac{3}{4}$

      Donc (DE) admet comme équation : $y=-\frac{3}{4}x+4$

2) $f(x)=5+\frac{1}{4}(x-4)e^x$

   a) $f(0)=5+\frac{1}{4}(0-4)e^0=5-1\times 1=5-1=4$ donc C passe par D(0 ;4) donc la condition (1) est vérifiée.
   b) Posons $u(x)=x-4$ et $v(x)=e^x$ on a $u'(x)=1$ et $v'(x)=e^x$

      $f=5+\frac{1}{4}uv$ donc $f'=\frac{1}{4}(u'v+uv')$

      Donc $f'(x)=\frac{1}{4}(e^x+(x-4)e^x)=\frac{1}{4}(1+x-4)e^x=\frac{1}{4}(x-3)e^x$

   c) $f'(0)=\frac{1}{4}(0-3)e^0=-\frac{3}{4}$ or la tangente à C en D admet pour équation : y = f'(0)(x – 0) + f(0)

      Soit $y=-\frac{3}{4}(x-0)+4=-\frac{3}{4}x+4$ c'est bien (DE). Donc la condition (2) est vérifiée.

   d) $f'(x)=\frac{1}{4}(x-3)e^x$ avec $\frac{1}{4}\succ 0$ et $e^x\succ 0$

      Comme $x\in[0;3]$ on a $x-3\le 0$ donc $f'(x)\le 0$

      Donc f est décroissante sur [0 ;3] et la condition (3) est vérifiée.

e) $f(3)=5+\frac{1}{4}(3-4)e^3=5-\frac{e^3}{4}\neq 0$ donc la condition (4) n'est pas vérifiée. Donc la courbe de f ne correspond pas au problème posé.

Exercice 3

1) $n\equiv 3[10]$ signifie qu'il existe un entier relatif k tel que n = 10 k + 3

2) $347=34\times 10+7$ donc $347\equiv 7[10]$

3)

a) Pour n = 11
Initialisation : u = 11
Etape 1 : u = 1 sortie : u = 1

b) Pour n = 35
Initialisation : u = 35
Etape 1 : u = 25
Etape 2 : u = 15
Etape 3 : u = 5 sortie : u = 5

c) Pour un entier naturel quelconque, le nombre affiché en sortie de l'algorithme est son chiffre des unités.

4)

a) $11\equiv 1[10]$ donc $11^{2011}\equiv 1^{2011}[10]$ donc $11^{2011}\equiv 1[10]$ donc le chiffre des unités de 11^{2011} est 1.

b) $9\equiv -1[10]$ donc $9^{2011}\equiv (-1)^{2011}[10]$ donc $9^{2011}\equiv -1[10]$ donc $9^{2011}\equiv 9[10]$

Donc le chiffre des unités de 9^{2011} est 9.

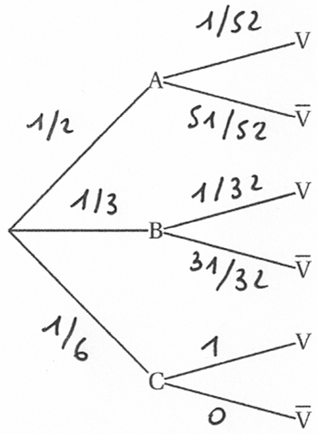
Exercice 4

1) Les droites (AD) et (BC) sont des droites de bout, leurs images (ad) et (bc) ont donc le même point de fuite w : point de fuite principal.

Construction voir annexe 3.

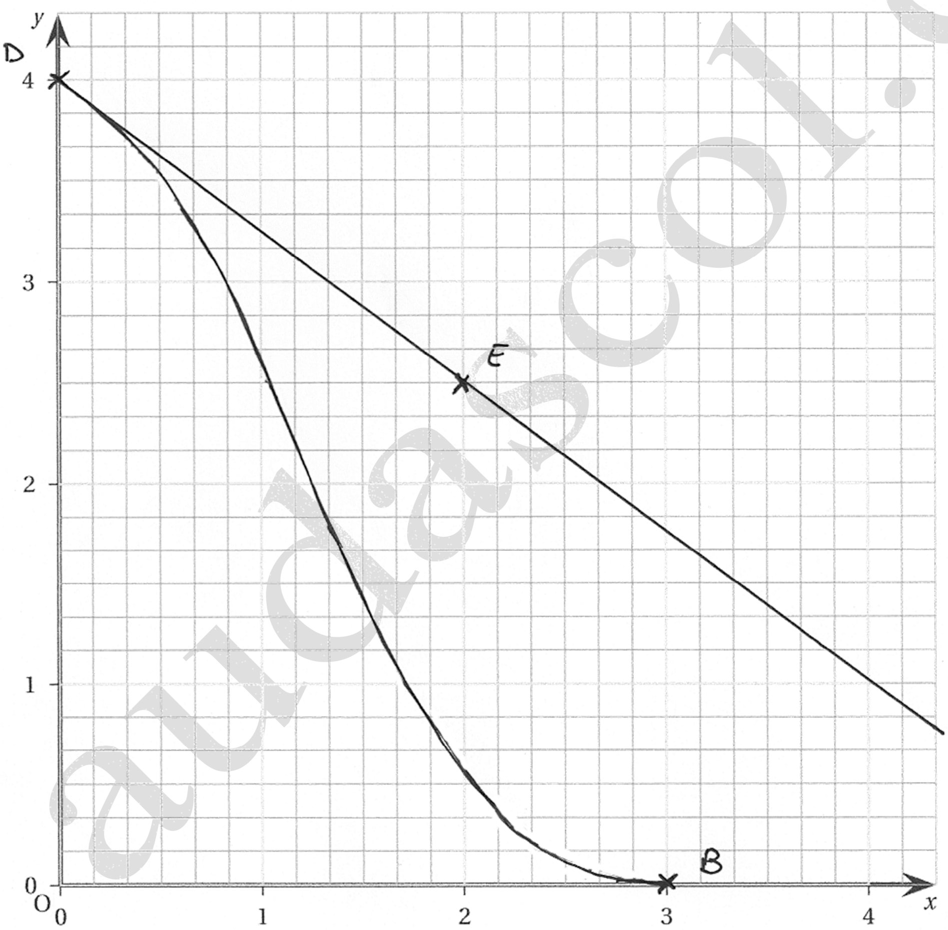
Annexe 1 - à rendre impérativement avec la copie

Exercice 1



Annexe 2 - à rendre impérativement avec la copie

Exercice 2



Annexe 3 - à rendre impérativement avec la copie

Exercice 4